

# Педагогика и психология

УДК 372.851  
ББК 74.262.21  
EDN: WJJRQD

## Психолого-педагогические принципы формирования обобщенных и систематизированных знаний по стохастике в школьном курсе математики

Psychological and pedagogical principles of the formation of generalized and systematized knowledge on stochastics in the school mathematics course

Р. Э. Чепкасов  
Федеральное государственное  
бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Алтайский государственный  
педагогический университет»  
аспирант  
Барнаул  
E-mail: re.chepkasov@yandex.ru

R. E. Chepkasov  
Federal State Budgetary Educational Institution  
of Higher Education  
«Altai State Pedagogical University»  
graduate student  
Barnaul  
E-mail: re.chepkasov@yandex.ru

**Аннотация.** В статье рассматривается проблема разрозненности знаний школьников в области стохастики. Утверждается, что традиционная методика игнорирует особые психологические механизмы, задействованные при освоении вероятностных понятий. Цель работы – обосновать систему психолого-педагогических принципов, обеспечивающих формирование целостного знания. Методология базируется на синтезе идей культурно-исторической психологии (Л. С. Выготский), теории учебной деятельности (П. Я. Гальперин, В. В. Давыдов) и современных когнитивных исследований (Д. Канеман). В ходе анализа выявлены эпистемологические барьеры, препятствующие системному усвоению стохастики. В качестве ключевого результата представлена авторская модель организации учебной деятельности, включающая пять принципов: моделирование исходного отношения, восхождение от действия к способу, сетевая спиральность, разрешение когнитивного диссонанса и мировоззренческая интеграция. Делается вывод, что реализация данной модели позволяет трансформировать обучение из трансляции фактов в развитие вероятностного стиля мышления.

**Ключевые слова:** стохастика, школьная математика, теория вероятностей, систематизация знаний, психология обучения, учебная деятельность, когнитивные искажения, системно-деятельностный подход.

**Abstract.** The article deals with the problem of fragmentation of schoolchildren's knowledge in the field of stochastics. It is argued that the traditional methodology ignores the special psychological mechanisms involved in the development of probabilistic concepts. The purpose of the work is to substantiate a system of psychological and pedagogical principles that ensure the formation of holistic knowledge. The methodology is based on a synthesis of ideas from cultural and historical psychology (L. S. Vygotsky), theory of educational activity (P. Ya. Galperin, V. V. Davydov) and modern cognitive research (D. Kahneman). The analysis revealed epistemological barriers that hinder the systemic assimilation of stochastics. As a key result, the author's model for organizing educational activities is presented, which includes five principles: modeling the initial relationship, climbing from action to method, network helicity, resolution of cognitive dissonance, and ideological integration. It is concluded that the implementation of this model makes it possible to transform learning from the translation of facts into the development of a probabilistic style of thinking.

**Keywords:** stochastics, school mathematics, probability theory, knowledge systematization, psychology of learning, educational activity, cognitive distortions, system-activity approach.

## Введение

Элементы теории вероятностей и математической статистики были официально введены в школьный курс математики в начале 2000-х годов в ответ на запрос нового информационного общества, в условиях которого человеку приходится принимать решения в условиях неопределенности, интерпретировать большие объемы данных, оценивать риски. Однако материалы исследований последних лет [5] показывают, что формальное включение раздела в образовательную программу не гарантирует глубокого усвоения знаний обучающимися. Реализация стохастической линии в педагогическом образовании также сталкивается с аналогичными проблемами [4]. Зачастую знания представляют конгломерат формул, которые не связаны между собой в единую систему.

Ныне действующий Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования, утвержденный в 2021 году, фиксирует необходимость формирования вероятностного мышления как элемента математической грамотности [15]. Однако первоначально задача формулировалась иначе: дать учащимся элементарные представления о вероятности события, научить решать простейшие задачи, дать необходимые теоретические аспекты вероятностной информации в СМИ и повседневной жизни. Иными словами, речь шла о фрагментарном включении данных знаний как одного из разделов алгебры. Системность знания как диагностическая задача не ставилась. Она возникла, когда диагностические срезы выявили разрозненность знаний у школьников, которые формально усвоили отдельные формулы и алгоритмы, но не замечали связей между понятиями и не могли воспользоваться полученными знаниями в нестандартных ситуациях. Данные выводы возникли в профессиональном сообществе методистов-математиков (Е. А. Бунимович, И. Р. Высоцкий, И. В. Яценко [7]) и психологов образования (А. Н. Сиднева [16], М. А. Степанова [18]), которые зафиксировали разрыв между формой и содержанием знаний учащихся.

Причина скрыта глубже, ведь вероятностное знание требует от учащегося не просто запоминания, а перестройки привычных, детерминистских установок мышления. Интуиция здесь часто работает против логики. Следовательно, проектирование обучения должно опираться не только на дидактику, но и на психологические законы развития познавательных процессов. Вопросы методики освещены в работах Е. А. Бунимовича [2; 3], однако проблема фрагментарности на уровне мышления школьника требует выхода на новый уровень абстракции – уровень психолого-педагогических принципов. Методологическую основу исследования составляет системно-деятельностный подход, в рамках которого обучение рассматривается как организация активной учебной деятельности, направленной на формирование у школьников обобщенных способов действий и теоретического мышления.

**Цель статьи** – представить и обосновать систему психолого-педагогических принципов, которая может служить концептуальной основой для организации обучения стохастике, направленной на формирование систематизированных знаний и вероятностного мышления.

### **Задачи:**

1. Охарактеризовать специфику стохастического знания как объекта усвоения, выявив его эпистемологические барьеры.
2. Обосновать теоретическую базу, позволяющую преодолеть фрагментарное восприятие этого знания школьниками.
3. Сформулировать и раскрыть систему принципов конструирования учебной деятельности, обеспечивающих формирование систематизированного знания и вероятностного мышления.

### **1. Специфика стохастического знания: от эпистемологии к когнитивным барьерам**

В чем принципиальное отличие стохастики от алгебры или геометрии? Как отмечают М. Боровчник и Р. Кападиа [1], вероятностное знание имеет особую эпистемологическую природу. В классических дисциплинах логика развертывания содержания линейна: от аксиомы к теореме, от простого к сложному. В стохастике вводимые понятия существуют в плотной взаимосвязи друг с другом. Нельзя определить «вероятность» вне контекста «случайного события», а его осмысление упирается в понятие «частоты»,

которое, в свою очередь, требует понимания «статистической устойчивости». Данная структура вводимых понятий есть ризома — сеть с перекрестными связями. Попытка выстроить линейное изложение неизбежно ведет к формализму преподавания раздела «вероятность и статистика»: первые понятия вводятся декларативно, без должной мотивации, и повисают в воздухе.

Однако главное препятствие кроется в особенностях познавательных процессов, прежде всего в механизмах мышления и когнитивных установках. Исследования Ж. Пиаже и Б. Инельдер [14] показали, что вероятностное мышление созревает позже формально-логических операций. Подросток, успешно решающий квадратные уравнения, на бытовом уровне может искренне верить, что при последовательном подбрасывании монеты после пяти «орлов» подряд обязательно выпадет «решка» (ошибка игрока). Это не провал в знаниях учащегося, а проявление глубинных когнитивных механизмов.

Ключ к пониманию этого феномена дают работы Д. Канемана [11; 12], удостоенного Нобелевской премии по экономике за исследования принятия решений в условиях неопределенности. Д. Канеман описывает мышление как взаимодействие двух систем:

Система 1 — быстрая, интуитивная, автоматическая. Она работает без усилий, но подвержена систематическим искажениям (эвристикам).

Система 2 — медленная, аналитическая, требующая усилий. Она включается при решении сложных задач, но ленива, и часто доверяет выводам Системы 1.

В ситуациях неопределенности «Система 1» автоматически запускает эвристики (репрезентативности, доступности, иллюзии контроля), которые в современной психологии называют когнитивными искажениями [11]. Эти искажения в древности помогали выживать, но в современном информационном мире ведут к систематическим ошибкам. Например, эвристика репрезентативности заставляет нас судить о вероятности события по тому, насколько оно типично для определенной ситуации, а не на основе статистических данных. Таким образом, обучение стохастике предполагает не только формирование новых знаний, но и коррекцию когнитивных искажений, присущих интуитивному мышлению. Можно сказать, обучение стохастике — это не трансляция формул и понятий, а перепрограммирование когнитивных привычек, культивирование «Системы 2» для контроля над автоматизмами «Системы 1».

## 2. Теоретический фундамент проектирования: от действия к понятию

Если цель это системные, а не формальные знания, то необходима теория, описывающая механизм их зарождения. В русле культурно-исторической психологии Л. С. Выготского [6] такой фундамент заложен в трудах П. Я. Гальперина [8] и В. В. Давыдова [9; 10].

Концепция П. Я. Гальперина о поэтапном формировании умственных действий дает ответ на вопрос, как избежать формализма. Новые знания становятся усвоенными, пройдя путь от внешнего, материального действия к внутреннему, идеальному плану.

Нельзя при введении понятия «вероятность» начинать с формулы ее нахождения:  $P = m/n$  (вероятность случайного события есть отношение числа элементарных исходов, благоприятствующих этому событию, к общему количеству исходов). Формула — итог. Начало в процессе — ученик должен сам перебрать варианты (монеты, шары), составить таблицу, зафиксировать исходы. Лишь на базе многократно проделанных действий возникает то обобщение, которое превращается в формулу.

Это и есть ориентация на третий тип учения по П. Я. Гальперину. Первый тип — учение по образцу (метод «проб и ошибок»), когда ученик действует вслепую. Второй тип — учение с использованием готового алгоритма, когда ученик выполняет шаги, но не понимает их оснований. Третий, наиболее продуктивный тип — овладение не алгоритмом, а способом построения модели ситуации, что позволяет самостоятельно переносить знания в новые условия. Именно третий тип является ключевым для стохастики.

Однако действие само по себе не гарантирует системности. Как связать в сознании ученика разрозненные факты в единую теорию? Ответ дает теория учебной деятельности В. В. Давыдова. Он разводит эмпирическое и теоретическое обобщение. Эмпирическое — это выделение общего признака (все задачи на вероятность решаются по одной формуле). Теоретическое — это выявление всеобщего исходного отношения, из которого логически выводится все многообразие частных проявлений [16].

Для стохастики таким исходным отношением выступает диалектика случайного в единичном и закономерного в массовом. Как, наблюдая хаос отдельных бросаний монеты или кубика, мы приходим к предсказуемости больших чисел? Разрешение этого противоречия и есть та учебная задача, которая запускает мышление. Построив простейшую модель — график стабилизации частоты при подбрасывании монеты, — ученик получает росток, из которого затем вырастает вся система: частота как эмпирическая основа, вероятность как теоретическая мера, закон больших чисел как связующее звено. Систематизация здесь выступает не как внешнее упорядочивание материала учителем, а как внутренняя логика развертывания понятия самим учеником.

### **3. Система принципов организации учебной деятельности**

Синтез описанных теоретических позиций позволяет сформулировать систему принципов, задающих архитектуру учебного процесса. Предлагаемая система принципов имеет не только педагогическую, но и психологическую основу. Каждый принцип относит к определенным психологическим механизмам усвоения и развития мышления [17]. Принцип моделирования исходного отношения опирается на положение Л. С. Выготского о том, что подлинное понятие возникает лишь тогда, когда за словом стоит система связей и отношений, а не изолированный признак [6]. Принцип восхождения от действия к способу реализует теорию поэтапного формирования умственных действий П. Я. Гальперина, согласно которой знание становится усвоенным, пройдя путь от внешнего, материального действия к внутреннему, идеальному плану [8]. Принцип сетевой спиральности учитывает выводы Ж. Пиаже о филогенетической неравномерности развития вероятностного мышления: формально-логические операции, необходимые для осмысления стохастики, формируются позже других когнитивных структур [14]. Принцип разрешения когнитивного диссонанса направлен на преодоление автоматизмов «Системы 1» (интуитивного мышления) и активацию аналитической «Системы 2», что соответствует модели принятия решений Д. Канемана [11]. Принцип мировоззренческой интеграции опирается на теорию учебной деятельности В. В. Давыдова, в которой системность знания выступает не как внешнее упорядочивание материала, а как внутренняя логика развертывания понятия самим учеником [9; 10].

1. *Принцип моделирования исходного отношения.* Стержнем курса должно стать не линейное движение по темам, а последовательное углубление в отношении «случайность — закономерность». Каждое новое понятие (дисперсия, доверительный интервал, корреляция) должно вводиться как инструмент, необходи-

- мый для более точного описания этого отношения. Это превращает изучение предмета в исследование ученика.
2. *Принцип восхождения от действия к способу.* Путь к любому абстрактному понятию лежит через конкретную деятельность. Прежде чем вводить формулу математического ожидания, можно организовать серию игр, где ученики подсчитывают свой «средний выигрыш». Так формула становится не догмой, а удобным способом фиксации уже осмысленного действия.
  3. *Принцип сетевой спиральности.* Учитывая сетевую структуру стохастики, возврат к ключевым идеям неизбежен и необходим. Однако каждый возврат должен происходить на новом витке абстракции. Идея «закон больших чисел» в пятом классе — это наблюдение, в девятом — основа выборочного метода, в одиннадцатом — строгая математическая теорема. Спираль позволяет удерживать целостность при наращивании сложности.
  4. *Принцип разрешения когнитивного диссонанса.* Эффективным стартом для изучения темы может стать задача, которая провоцирует типичную ошибку «Системы 1», но при этом имеет неочевидный, противоречащий интуиции правильный ответ. Классические примеры: «парадокс Монти Холла» (задача о выборе двери с автомобилем, где смена первоначального выбора увеличивает вероятность выигрыша с  $1/3$  до  $2/3$ ) или «дилемма заключенного» (задача из теории игр, демонстрирующая, почему два рациональных индивида могут не сотрудничать даже при взаимной выгоде), а также бытовой вопрос: «Если в семье двое детей и известно, что один из них — мальчик, какова вероятность, что второй — тоже мальчик?» (ответ  $1/3$ , а не  $1/2$ , что вызывает сильное удивление). Столкновение интуитивного предсказания с правильным, но неочевидным ответом создает мощную мотивацию к аналитическому разбору, подключая «Систему 2». Когнитивный диссонанс для учащихся становится точкой роста.
  5. *Принцип мировоззренческой интеграции.* На завершающих этапах изучения нового материала важна рефлексия: где именно работают стохастические законы? В квантовой механике, в генетике, в социологических опросах, в рекомендательных алгоритмах интернет-магазинов — все эти примеры должны быть приведены, чтобы создать целостность восприятия изучаемых механизмов стохастики. Понимание границ применимости вероятностных методов и связанных с ними этических проблем (например, манипуляция статистикой) превращает набор знаний в элемент научного мировоззрения.

Актуальность разработки таких принципов подтверждается современными исследованиями в области обучения стохастике [13].

## Заключение

Проблема фрагментарности знаний в изучении школьной стохастики уходит корнями не в методические недоработки, а в психологическую природу вероятностного мышления и структуру самого знания. Преодоление этой проблемы требует смены концепции изучения стохастики: от трансляции информации к проектированию учебной деятельности, в которой системность является имманентным свойством процесса познания.

Предложенная система из пяти принципов представляет собой концептуальную основу для такого проектирования. Она не дает явно готовых схем, но задает вектор: любое содержание должно осваиваться через систему развернутых предметных действий, лю-

бое новое понятие должно укореняться в системе уже существующих связей, а любой когнитивный конфликт должен становиться точкой роста. Дальнейшая работа видится в технологической проработке этих принципов — создании конкретных дидактических модулей и диагностического инструментария, позволяющих эмпирически проверить эффективность модели.

## Список литературы

1. Borovcnik M., Kapadia R. A Historical and Philosophical Perspective on Probability // Probabilistic Thinking / ed. by E.J. Chernoff, B. Sriraman. Dordrecht: Springer, 2014. P. 7–34.
2. Бунимович Е. А. Вероятностно-статистическая линия в базовом школьном курсе математики // Математика в школе. 2002. № 4. С. 52–58.
3. Бунимович Е. А. Преподавание теории вероятностей и статистики по учебно-методическим комплектам «Математика 5–6» под ред. Г. В. Дорофеева, И. Ф. Шарыгина, «Алгебра 7–9» под ред. Г. В. Дорофеева // Математика в школе. 2009. № 7. С. 31–38.
4. Брейтигам Э. К., Кисельников И. В., Кошева Д. П. Реализация Концепции развития математического образования в Алтайском государственном педагогическом университете // Вестник Алтайского государственного педагогического университета. 2016. № 3(28). С. 93–95. EDN WVOKVL.
5. Брейтигам Э. К., Кисельников И. В., Кулешова И. Г., Тыщенко О. А. Дидактические основы математики в общем образовании: учеб. пособие. Барнаул: АлтГПУ, 2021. 236 с.
6. Выготский Л. С. Мышление и речь // Собр. соч.: в 6 т. Т. 2. М.: Педагогика, 1982. 504 с.
7. Высоцкий И. Р., Яценко И. В. Типичные ошибки в преподавании теории вероятностей и статистики // Математика в школе. 2014. № 5. С. 14–22.
8. Гальперин П. Я. Введение в психологию: учеб. пособие для вузов. М.: Книжный дом «Университет», 2000. 336 с.
9. Давыдов В. В. Виды обобщения в обучении (логико-психологические проблемы построения учебных предметов). М.: Педагогическое общество России, 2000. 480 с.
10. Давыдов В. В. Теория развивающего обучения. М.: ИНТОР, 1996. 544 с.
11. Канеман Д. Думай медленно, решай быстро. М.: АСТ, 2014. 653 с.
12. Канеман Д., Словик П., Тверски А. Принятие решений в неопределенности: Правила и предубеждения. Харьков: Изд-во Ин-т прикладной психологии «Гуманитарный Центр», 2005. 632 с.
13. Кисельников И. В. Современные образовательные технологии в обучении стохастике в школе // Педагогика современности: профессиональное образование и развитие: Сборник научных трудов по материалам II Международной научно-практической конференции, посвященной 90-летию КГМУ, Курск, 26 марта 2025 года. Курск: Курский государственный медицинский университет, 2025. С. 140–142. EDN RMPUYU.
14. Пиаже Ж., Инельдер Б. Генезис элементарных логических структур. М.: Директ-Медиа, 2008. 755 с.
15. Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования [Электронный ресурс]: приказ Министерства просвещения Российской Федерации от 31 мая 2021 г. № 287 // Официальный интернет-портал правовой информации. 2021. 5 июля. URL: <http://publication.pravo.gov.ru/Document/View/0001202107050028> (дата обращения: 10.05.2026).
16. Сиднева А. Н. Формализм школьных знаний с позиций деятельностного подхода в психологии: перспективы исследований // Вестник Московского университета. Серия 14. Психология, 48(2). С. 11–31. URL: <https://doi.org/10.11621/LPJ-25-10> (дата обращения: 10.05.2026).
17. Полякова А. Ю. Научно-методические аспекты формирования стохастической культуры обучающихся в условиях цифровой трансформации общего математического образования. М.: Общество с ограниченной ответственностью «Научно-издательский центр ИНФРА-М», 2025. 178 с. EDN OZEFVA.
18. Степанова М. А. Вариации на тему развивающего образования. Культурно-историческая психология, 19(4), 78–89. URL: <https://doi.org/10.17759/chp.2023190408> (дата обращения: 10.05.2026).